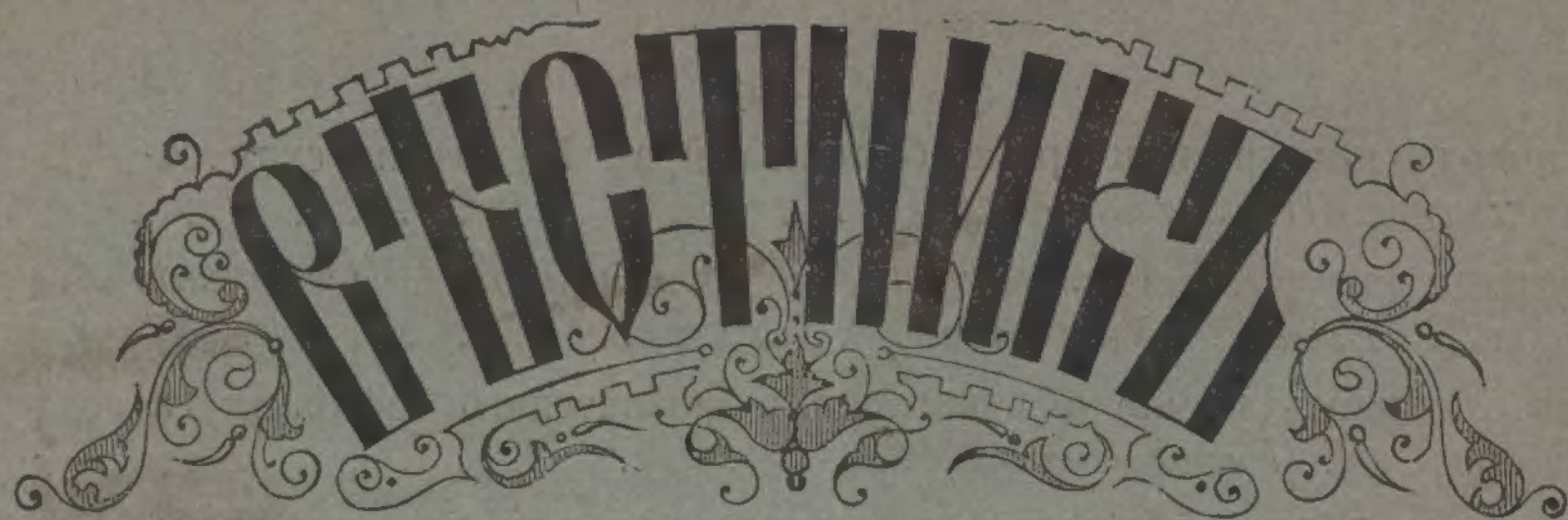


№ 15.



# ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ



## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

2-го СЕМЕСТРА № 3-й.

Адресъ Редакціи: Кіевъ, Нижне-Владимірская, д. № 19.

КІЕВЪ.

Типографія Е. Т. Кереръ, аренд. Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.

1887.

<http://vofem.ru>



|   | Стр. |
|---|------|
| По поводу новаго кинографа (Энгельмейра). Педагогическая замѣтка <i>Ш.</i> . . . . .  | 49   |
| Обратныя фигуры. <i>В. Студенцова, А. Бобятинскаго, Н. Извольскаго</i> и <i>В. Калана.</i> (Окончаніе) . . . . .                            | 51   |
| Какъ сложилось ученіе объ измѣненіи физическаго состоянія газовъ. <i>И. Гусаковскаго</i> . . . . .  | 55   |
| Разложеніе корней квадратнаго уравненія въ непрерывную дробь. (Тема для сотрудниковъ) <i>В. Ермакова</i> . . . . .                          | 61   |
| Хроника: Фотографія безъ оптическихъ стеколъ, Новый способъ приготовленія магнитовъ . . . . .   | 64   |
| Смѣсь: Построеніе длины окружности, Замѣчательное физиологическое дѣйствіе атмосфернаго электричества, Таблица среднихъ скоростей . . . . . | 65   |
| Вопросы и задачи: №№ 101, 102, 103, 104 и 105 . . . . .   | 68   |
| Рѣшенія задачъ: №№ 39, 40, и 55 . . . . .   | 69   |
| Отвѣты редакціи . . . . .   | 72   |
| Списокъ книгъ, присланныхъ въ редакцію—на оберткѣ.  |      |

---

РЕДАКЦІЯ

**ВѢСТНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ**

приглашаетъ всѣхъ преподавателей и любителей физико-математическихъ наукъ, равно какъ и учащихся принимать участіе въ журналѣ въ качествѣ сотрудниковъ-корреспондентовъ.

Авторамъ статей, помѣщенныхъ въ журналѣ, редакція высылаетъ бесплатно не болѣе 5 экземпляровъ тѣхъ номеровъ журнала, въ которыхъ эти статьи напечатаны. Авторы, желающіе имѣть отдѣльные оттиски своихъ статей, помѣщаемыхъ въ журналѣ, принимаютъ на себя всѣ расходы изданія и пересылки.

---



# ВѢСТНИКЪ

## ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 15.

II Сем.

5 Февраля 1887 г.

№ 3.

### По поводу новаго кинографа (Энгельмейера).

(Педагогическая замѣтка).

Вотъ и опять однимъ лишнимъ приборомъ для нашихъ физическихъ кабинетовъ стало больше! Я говорю о новомъ механическомъ приспособленіи инженеръ-механика Энгельмейера, предназначенномъ для нагляднаго доказательства „параллелограмма движеній“<sup>1)</sup>.

Къ сожалѣнію, группа совершенно излишнихъ демонстративныхъ приборовъ такъ многочисленна, а сила укоренившейся привычки считать подобные приборы необходимыми для успѣшнаго преподаванія физики такъ велика, что съ одной стороны нельзя удивляться неутомимой изобрѣтательности въ этомъ направленіи физиковъ-практиковъ, съ другой—очень трудно рѣшиться возстать сразу противъ наполненія кабинетовъ подобнымъ хламомъ quasi-учебныхъ пособій и еще труднѣе питать надежду, чтобы рядомъ журнальныхъ статей можно было въ настоящее время побѣдить традиціонныя предубѣжденія и доказать всю неосновательность нынѣшняго преподаванія физики, основаннаго на демонстраціяхъ такого рода пособій.

Въ виду этого ограничиваюсь краткимъ разборомъ частнаго лишь вопроса, вызваннаго появленіемъ новаго кинографа.

Всѣ наши механическія свѣдѣнія основываются, какъ извѣстно, на трехъ элементарныхъ законахъ, а именно на: 1) законѣ инерціи, 2) законѣ независимости дѣйствій совмѣстныхъ силъ и 3)—законѣ равенства дѣйствія

<sup>1)</sup> Интересующихся подробностями устройства отсылаю къ послѣднему № 120 журнала „Техникъ“, стр. 307, гдѣ помѣщенъ и рисунокъ.



и противудѣйствія Это — *начала*, на которыхъ построена вся теорія движенія, а не теоремы, которыя могутъ быть доказаны путемъ сведенія на болѣе элементарныя аксіомы. Тѣмъ болѣе всякія попытки *опытнаго* доказательства этихъ основныхъ положеній должно считать рѣшительно неумѣстными въ каждой хоть сколько небудь серьезной программѣ преподаванія механики; онѣ, вѣроятно, были-бы позволительны напр. въ приготовительномъ классѣ для ознакомленія дѣтей съ инерціей или совмѣстнымъ дѣйствіемъ двухъ силъ, но — въ приготовительномъ классѣ признано неудобнымъ начинать изученіе механики. Учителю геометріи въ IV классѣ не приходитъ въ голову мысль о *необходимости* прибѣгнуть къ пособію различныхъ деревяшекъ или проволочныхъ моделей для нагляднаго доказательства различныхъ началъ геометріи, напр. для доказательства, что одна сторона треугольника меньше суммы двухъ другихъ его сторонъ; онъ вполне увѣренъ, что въ этомъ возрастѣ нѣтъ надобности убивать дорогое время на такіе опыты, которые *не научили бы учащагося ничему новому* и подтвердили бы лишь то, что и безъ того онъ хорошо понимаетъ. Почему-же преподаватель механики въ VI классѣ считаетъ еще нужнымъ прибѣгать къ различнымъ приборамъ Гравезанда, или Варіанговымъ столамъ (на подмогу которымъ является теперь доска Г. Энгельмейера) для доказательства закона независимости дѣйствія совмѣстныхъ силъ, къ машинамъ Морена, или Атвуда для доказательства законовъ паденія тѣлъ и пр? Я думаю, что это объясняется лишь рутиной. Учебный курсъ геометріи установился такъ давно, что никому и въ голову не приходитъ измѣнять его и вводить новый методъ демонстративнаго преподаванія на моделяхъ, и результатомъ такого преподаванія является дѣйствительное знаніе геометріи учениками, окончившими наши учебныя заведенія. Напротивъ, въ физикѣ давно принято *все демонстрировать* и доводить усердіе индуктивнаго метода преподаванія до того, что ученики, видѣвшіе такое множество опытовъ и приборовъ, окончиваютъ заведеніе, не зная основательно ни одного изъ тѣхъ законовъ, для вывода которыхъ эти приборы предназначены. Но, чтожъ дѣлать! Такъ обучались физикѣ наши отцы, такъ ее должны учить и наши дѣти. А если Г. Краевичъ въ своемъ образцовомъ каталогѣ физическаго кабинета реальныхъ училищъ и гимназій помѣстилъ въ I группѣ (т. е. въ числѣ *самонужнѣйшихъ* приборовъ) „приборъ для повѣрки закона параллелограмма скоростей“<sup>1)</sup>, если во всѣхъ почти учебникахъ физики по-

<sup>1)</sup> См. „Каталогъ Физическаго Кабинета реальныхъ училищъ и гимназій съ объяснительной запиской“. К. Краевича. Стр. 9.



добные приборы описываются, какъ относящіеся къ курсу преподаванія, значить—такъ и нужно. На этомъ основаніи я предсказываю новому кинографу Г. Энгельмейера хорошій сбытъ. Мало того, если какой нибудь остроумный человѣкъ, не смотря на то что аксіома „двѣ величины, равныя порознь третьей, равны между собою“ не особенно трудна для усвоенія, выдумаетъ изящный и дорогой аппаратъ для нагляднаго доказательства, что 1 фунтъ пуху уравнивается однимъ фунтомъ свинца, то и его изобрѣтеніе пойдетъ въ ходъ, поступить въ наши физическіе кабинеты (за казенныя деньги), а рисунокъ — войдетъ въ новое изданіе нашихъ учебниковъ.

III.

## Обратныя фигуры.

Отвѣтъ на тему, предложенную въ № 4 Вѣст. Оп. Физ. и Эл. Мат.

В. Студенцова, А. Бобятинскаго, Н. Извольскаго и В. Кагана.

(Окончаніе).

§ 6. Радикальною осью двухъ круговъ называется геометрическое мѣсто точки, изъ которой касательныя къ этимъ кругамъ равны.

Пусть система круговъ, которые мы обозначимъ чрезъ  $P_1, P_2, P_3, \dots$ , имѣетъ общую радикальную ось. Покажемъ, что методомъ обращенія эта система преобразуется въ новую систему круговъ, также имѣющихъ общую радикальную ось.

Примемъ какую-нибудь точку радикальной оси за центръ и касательную изъ этой точки къ одному изъ круговъ  $P_1, P_2, P_3, \dots$  за радіусъ; такимъ образомъ мы начертимъ кругъ, пересѣкающій систему круговъ  $P_1, P_2, P_3, \dots$  подъ прямымъ угломъ; такихъ круговъ можно начертить сколько угодно. Пусть два круга  $Q$  и  $S$  пересѣкаютъ систему круговъ  $P_1, P_2, P_3, \dots$  подъ прямымъ угломъ.

Наоборотъ, легко показать, что система круговъ  $P_1, P_2, P_3, \dots$ , изъ которыхъ каждый пересѣкаетъ два данные круга  $Q$  и  $S$  подъ прямымъ угломъ, имѣетъ общую радикальную ось. Эта радикальная ось соединяетъ центры двухъ данныхъ круговъ  $Q$  и  $S$ .

Начертимъ теперь къ кругамъ  $Q, S, P_1, P_2, P_3, \dots$  обратные круги и означимъ ихъ чрезъ  $Q', S', P_1', P_2', P_3', \dots$ . По доказанному въ предыду-



щемъ § каждый изъ круговъ  $P_1', P_2', P_3', \dots$  пересѣчетъ два круга  $Q'$  и  $S'$  подъ прямымъ угломъ. Отсюда слѣдуетъ, что круги  $P_1', P_2', P_3', \dots$  имѣютъ общую радикальную ось.

Итакъ система круговъ, имѣющихъ общую радикальную ось, методомъ обращенія преобразуется въ новую систему круговъ, также имѣющихъ общую радикальную ось.

Положимъ, что круги  $P_1, P_2, P_3$ , имѣютъ общую радикальную ось, и пусть радіусы этихъ круговъ возрастаютъ. Съ возрастаніемъ радіуса до безконечности окружность превратится въ прямую линію, которая въ настоящемъ случаѣ совпадетъ съ радикальною осью. Отсюда слѣдуетъ:

*Двумъ кругамъ и ихъ радикальной оси въ обратной фигурѣ соотвѣтствуютъ три круга, имѣющіе общую радикальную ось.*

§ 7. Обратными фигурами съ выгодой можно пользоваться при рѣшеніи геометрическихъ задачъ въ тѣхъ случаяхъ, когда построение фигуры, обратной искомой, проще чѣмъ искомой. Построение же обратныхъ фигуръ во многихъ случаяхъ мы можемъ упростить приличнымъ выборомъ начала. Такъ, напр., еслибъ требовалось провести кругъ, касательный къ тремъ кругамъ, проходящимъ чрезъ одну и ту же точку, то, принимая точку пересѣченія круговъ за начало и построивъ обратныя даннымъ кругамъ фигуры, которыя въ данномъ случаѣ будутъ три непересѣкающіяся (§ 1) прямыя, мы свели бы задачу на построение круга, касающагося трехъ прямыхъ.

Разсмотримъ задачу, рѣшеніе которой было изложено на 259-й страницѣ 2-го тома Журнала Элементарной Математики.

Данъ кругъ  $O$  и три точки  $A_1, A_2$  и  $A_3$  на его окружности. Требуется начертить три круга, касающіеся даннаго круга въ данныхъ точкахъ, и притомъ такъ, чтобы каждый кругъ касался двухъ другихъ.

Означимъ искомыя круги чрезъ  $O_1, O_2$  и  $O_3$ , при чемъ кругъ  $O_3$  касается даннаго круга въ точкѣ  $A_3$  и касается двухъ другихъ круговъ въ нѣкоторыхъ неизвѣстныхъ точкахъ  $B$  и  $C$ .

Примемъ точку  $A_3$  за начало. Тогда обратныя фигуры двумъ кругамъ  $O_3$  и  $O$  будутъ двѣ прямыя, перпендикулярныя къ  $A_3 O$  (§ 1). Пусть  $A_1'$  и  $A_2'$  будутъ точки, обратныя точкамъ  $A_1$  и  $A_2$ . Кругу  $O$  въ обратной фигурѣ соотвѣтствуетъ прямая  $A_1' A_2'$ ; кругу  $O_3$  соотвѣтствуетъ нѣкоторая



прямая  $BC$ , параллельная  $A'_1 A'_2$ . Кругамъ  $O_1$  и  $O_2$  въ обратной фигурѣ соотвѣтствуютъ два круга  $O'_1$  и  $O'_2$  (§ 2), изъ которыхъ каждый долженъ касаться двухъ параллельныхъ прямыхъ  $A'_1 A'_2$  и  $BC$ , отсюда слѣдуетъ, что круги  $O'_1$  и  $O'_2$  равны. Сверхъ того круги  $O'_1$  и  $O'_2$  должны касаться между собою. Такимъ образомъ данная задача приводится къ слѣдующей:

Требуется начертить два равные круга  $O'_1$  и  $O'_2$  такъ, чтобы они касались между собою и касались данной прямой въ данныхъ точкахъ  $A'_1$  и  $A'_2$ .

Эта послѣдняя задача рѣшается весьма просто. Рѣшивъ задачу, мы построимъ нѣкоторую фигуру. Если теперь примемъ точку  $A_3$  за начало и построимъ обратную фигуру, то найдемъ рѣшеніе первоначальной задачи.

Неудачный выборъ начала, конечно, можетъ не только не упростить рѣшенія задачи, но и затруднить. Такъ, напр., еслибъ требовалось провести чрезъ данную точку кругъ, касательный къ двумъ даннымъ кругамъ, то, принимая за начало произвольную точку, мы не достигли бы никакого упрощенія; между тѣмъ, принявъ за начало данную точку, мы сводимъ задачу на построеніе общей касательной къ двумъ кругамъ.

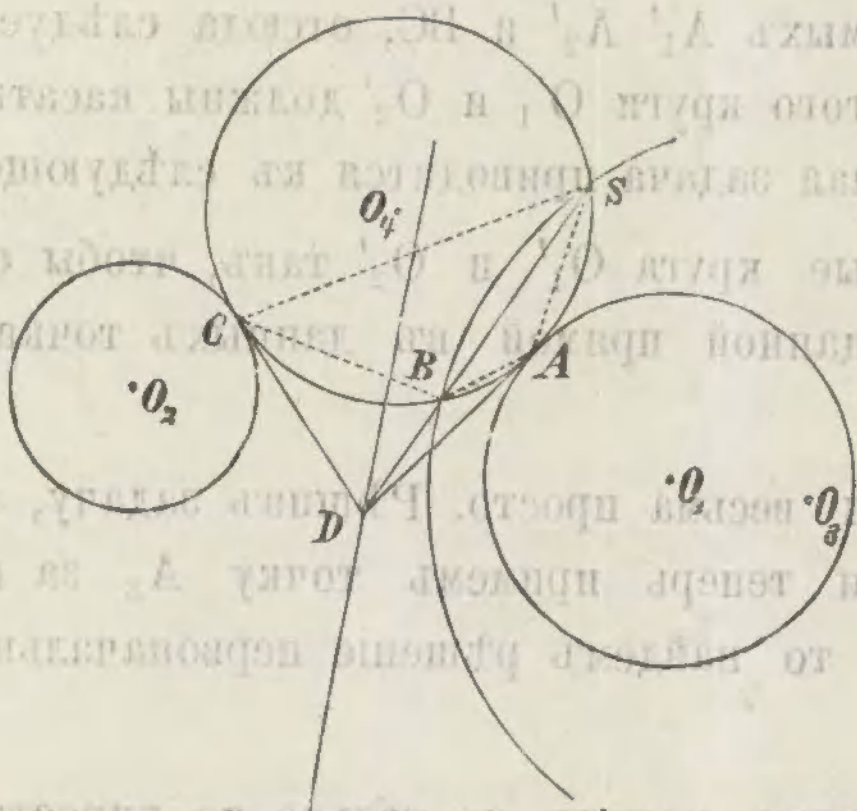
§ 8. Чтобы видѣть, какъ усложняется и въ то-же время обобщается задача при принятіи за начало произвольной точки, посмотримъ, во что превратится теорема: касательная къ двумъ кругамъ дѣлится пополамъ ихъ радикальною осью.

Пусть данные круги будутъ  $O'_1$  и  $O'_2$ ; пусть общая касательная касается ихъ въ  $A'$  и  $C'$  и пересѣкается радикальною осью въ  $B'$ . Имѣемъ  $A'B' = B'C'$ . Пусть  $S$  есть начало и  $A, B, C$  точки обратныя точкамъ  $A', B', C'$ . Кругамъ  $O'_1$  и  $O'_2$  въ обратной фигурѣ соотвѣтствуютъ круги  $O_1$  и  $O_2$ . Радикальной оси этихъ круговъ въ обратной фигурѣ соотвѣтствуетъ кругъ  $O_3$ , проходящій чрезъ точки  $B$  и  $S$  и имѣющій общую радикальную ось (§ 6) съ кругами  $O_1$  и  $O_2$ . Касательной  $A'C'$  въ обратной фигурѣ соотвѣтствуетъ кругъ, проходящій чрезъ точки  $A, B, C$  и  $S$  и касающійся круговъ  $O_1$  и  $O_2$  въ  $A$  и  $B$ . По доказанному въ § 4 четырехугольникъ  $ABCS$  будетъ гармоническій. Поэтому наша теорема превращается въ слѣдующую:

Кругъ, касающійся двухъ данныхъ круговъ  $O_1$  и  $O_2$ , дѣлится гармонически третьимъ кругомъ  $O_3$ , имѣющимъ съ данными кругами  $O_1$  и  $O_2$  общую радикальную ось.



Фиг. 17.



Дадимъ самостоятельное доказательство этой теоремы. Пусть три круга  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$  (фиг. 17) имѣютъ общую радикальную ось; пусть нѣкоторый четвертый кругъ  $O_4$  касается круговъ  $O_1$  и  $O_2$  въ точкахъ  $A$  и  $C$  и пересѣкается третьимъ кругомъ въ  $B$  и  $S$ . Требуется доказать, что четырехугольникъ  $ABCS$  будетъ гармоническій.

Пусть касательныя въ точкахъ  $A$  и  $C$  пересѣкаются въ точкѣ  $D$ . Такъ какъ  $AD=CD$ , какъ касательныя къ одному кругу  $O_4$ , то точка  $D$  лежитъ на радикальной оси круговъ  $O_1$  и  $O_2$ , т. е. на общей радикальной оси круговъ  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$ . Поэтому касательная изъ точки  $D$  къ кругу  $O_3$  равна касательной изъ  $D$  къ кругу  $O_1$ , что равно касательной  $DA$  изъ точки  $D$  къ кругу  $O_4$ . Отсюда слѣдуетъ, что точка  $D$  находится на радикальной оси круговъ  $O_3$  и  $O_4$ , т. е. на продолженіи общей хорды  $BS$ . Итакъ въ четырехугольникѣ  $ABCS$  продолженіе діагонали  $BS$  проходитъ чрезъ точку пересѣченія касательныхъ, проведенныхъ въ концахъ другой діагонали  $AC$ . Изъ этого свойства мы заключаемъ, что четырехугольникъ  $ABCS$  гармоническій <sup>1)</sup>.

§ 9. Посмотримъ еще во что превратится теорема: хорда круга дѣлится пополамъ перпендикуляромъ, опущеннымъ на нее изъ центра.

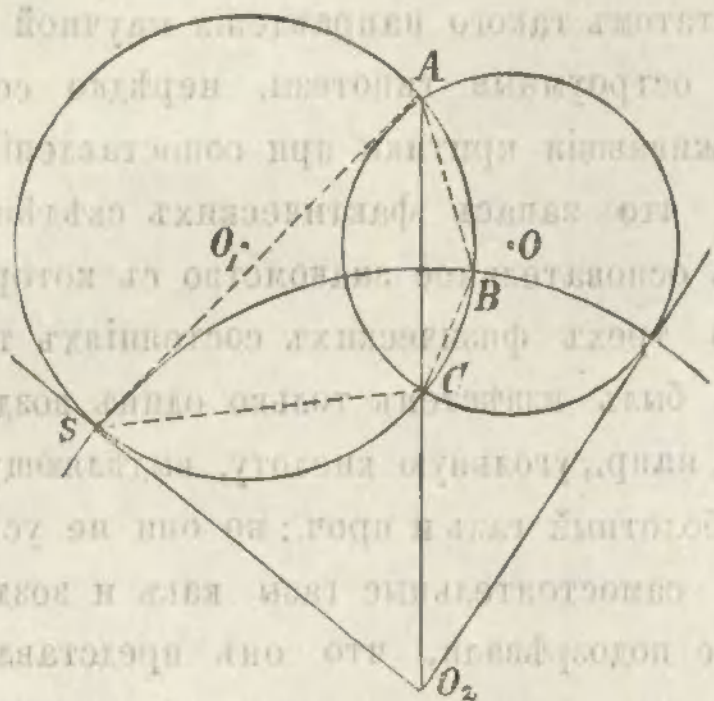
Положимъ, что даеъ кругъ  $O'$  и въ немъ хорда  $A'C'$ ; пусть перпендикуляръ изъ центра на хорду пересѣкаетъ ее въ  $B'$ . Имѣемъ  $A'B'=B'C'$ . Пусть  $S$  начало, и точки  $A, B, C$  обратныя точкамъ  $A', B'$  и  $C'$ . Кругу  $O'$  въ обратной фигурѣ соотвѣтствуетъ кругъ  $O$ , окружность котораго проходитъ чрезъ точки  $A$  и  $B$ . Прямой  $A'C'$  въ обратной фигурѣ соотвѣтствуетъ кругъ  $O_1$ , окружность котораго проходитъ чрезъ точки  $A, B, C$  и  $S$ . Діаметру, перпендикулярному къ хордѣ  $A'C'$ , въ обратной фигурѣ соотвѣтствуетъ кругъ  $O_2$ , пересѣкающій два круга  $O$  и  $O_1$  подъ прямымъ угломъ (§ 5); окружность круга  $O_2$  проходитъ чрезъ точки  $B$  и  $S$ . По доказанному въ § 4 четырехугольникъ  $ABCS$  будетъ гармоническій. Поэтому наша теорема превращается въ слѣдующую:

<sup>1)</sup> См. Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат. № 1, страница 9-я.



Два пересѣкающіеся круга  $O$  и  $O_1$  дѣлятся гармонически третьимъ кругомъ  $O_2$ , пересѣкающимъ ихъ подъ прямымъ угломъ.

Фиг. 18.



Дадимъ самостоятельное доказательство этой теоремы. Пусть  $O$  и  $O_1$  (фиг. 18) будутъ два какіе-нибудь пересѣкающіеся круга. Чтобы начертить кругъ, пересѣкающій ихъ подъ прямымъ угломъ, поступаемъ слѣдующимъ образомъ. На продолженіи общей хорды  $AC$  беремъ какую-нибудь точку  $O_2$  и проводимъ изъ нее касательную  $O_2S$ ; принявъ точку  $O_2$  за центръ, радіусомъ  $O_2S$  проводимъ окружность, которая пересѣчетъ круги  $O$  и  $O_1$  подъ прямымъ угломъ. Четыреугольникъ  $ABCS$ , какъ это было уже сказано въ предыдущемъ §, дѣйствительно будетъ гармоническій, потому что продолженіе діагонали  $AC$  этого четырехугольника проходитъ чрезъ точку пересѣченія касательныхъ, проведенныхъ въ концахъ второй діагонали  $BS$ .

## Какъ сложилось ученіе

объ измѣненіи физическаго состоянія газовъ <sup>1)</sup>.

И. А. Гусаковскаго.

### I.

Ученіе о трехъ физическихъ состояніяхъ тѣлъ принадлежитъ новому времени; въ томъ видѣ, въ какомъ его формулируютъ теперь, хотя и не во всей полнотѣ, оно было высказано около ста лѣтъ тому назадъ знаменитымъ Лавуазье. Древнимъ оно не было извѣстно; но тѣмъ не менѣе по справедливому замѣчанію проф. Столѣтова, фактъ такъ называемаго измѣненія въ состояніи агрегации тѣлъ (переходъ твердыхъ тѣлъ въ жидкія, жидкихъ въ газы и обратно) лежитъ въ основѣ древнѣйшихъ космогоническихъ системъ. Дѣйствительно, стоитъ только припомнить извѣстное всѣмъ, столь распространенное въ древней Греціи ученіе о первичныхъ элементахъ, способныхъ къ безчисленнымъ измѣненіямъ, чтобы убѣдиться, что грекамъ были доступны понятія о тѣлахъ твердыхъ, жидкихъ и газообразныхъ, какъ формахъ вещества, и о ихъ взаимныхъ превращеніяхъ. Однако, отъ всего этого до закона

<sup>1)</sup> При составленіи этого историческаго очерка авторъ пользовался слѣдующими источниками: 1) Oeuvres de Lavoisier, 2) Исторія физики Розенбергера, 3) Очеркъ развитія нашихъ свѣдѣній о газахъ, проф. Столѣтова и др.



трехъ физическихъ состояній далеко; древніе философы не пришли къ нему, да и не могли прійти, такъ какъ открытію точныхъ законовъ природы не благопріятствовали ни методы, ни направленіе ихъ науки: вмѣсто необходимаго для этого тщательнаго наблюденія явленій и воспроизведенія ихъ въ опытахъ, представители юной философіи упорно искали умозрительнымъ путемъ такого универсальнаго обобщенія, исходя изъ котораго можно было бы объяснить весь міръ. Понятно, что результатомъ такого направленія научной дѣятельности могли являться только болѣе или менѣе остроумныя гипотезы, нерѣдко содержащія зачатки современныхъ ученій, но не выдерживавшія критики при сопоставленіи съ явленіями дѣйствительнаго міра; понятно также, что запасъ фактическихъ свѣдѣній у древнихъ былъ крайне ограниченъ; такъ, о газахъ основательное знакомство съ которыми необходимо должно было предшествовать ученію о трехъ физическихъ состояніяхъ тѣлъ, они почти ничего не знали; изъ всѣхъ газовъ имъ былъ извѣстенъ только одинъ воздухъ. Правда, имъ приходилось наблюдать и другіе газы, напр., угольную кислоту, выдѣляющуюся изъ почвы и многихъ минеральныхъ источниковъ, болотный газъ и проч.; но они не успѣли составить себѣ понятія о томъ, что это такіе же самостоятельные газы, какъ и воздухъ; послѣдній они считали элементарнымъ тѣломъ и не подозревали, что онъ представляетъ смѣсь нѣсколькихъ газовъ. Всѣ газы, отличные отъ воздуха, они принимали за „испорченный воздухъ“. Думали даже, что вода, испаряясь, переходитъ въ воздухъ.

При такомъ уровнѣ свѣдѣній о природѣ, греки могли завѣщать Европѣ только весьма несовершенныя понятія; греческая физическая философія была только зарею, слабымъ отблескомъ болѣе грандіознаго явленія, рядомъ грядущихъ вѣковъ скрытаго отъ взоровъ древнихъ мудрецовъ, — новѣйшей научной философіи природы.

Ученіе объ измѣненіи физическаго состоянія тѣлъ, въ томъ видѣ, въ какомъ мы его знаемъ теперь, могло возникнуть только послѣ достаточнаго знакомства съ свойствами паровъ и газовъ; поэтому мы изложимъ (въ самыхъ краткихъ чертахъ) постепенный ходъ этого знакомства.

У арабскаго философа Гебера, жившаго во второй половинѣ VIII в., впервые встрѣчается ясное указаніе на выдѣленіе газовъ при различныхъ химическихъ реакціяхъ. Затѣмъ въ ученіяхъ среднихъ вѣковъ свѣдѣнія о газахъ остаются въ томъ-же положеніи, въ какомъ ихъ завѣщали Европѣ древніе: всѣ извѣстные газы раздѣлялись на *удушливые* и *горючіе* и рассматривались, какъ испорченный воздухъ; если при химическихъ реакціяхъ выдѣлялся какой нибудь газъ, то говорили, что выдѣляется воздухъ. Эти заблужденія отчасти исправилъ Ванъ-Гельмонтъ (1577—1644). Онъ первый призналъ выдѣляющіяся при различныхъ химическихъ процессахъ воздухообразныя тѣла за самостоятельные газы, отличные отъ воздуха; отвергъ весьма распространенный въ его время взглядъ, будто вода, испаряясь, превращается въ воздухъ; наконецъ, онъ отличаетъ газы отъ паровъ. Впрочемъ паромъ онъ называлъ не то, что подъ этимъ именемъ разумѣютъ теперь; этотъ терминъ онъ употреблялъ для обозначенія собственно осѣвшаго пара, тумана. Онъ училъ, что газы представляютъ нѣчто среднее между парами и воздухомъ; пары могутъ быть превращены въ жидкость; газы же въ жидкость не переходятъ, но могутъ измѣниться въ пары, которые обратно, *при охлажденіи*, могутъ перейти въ газы. Такія воззрѣнія на отношенія между жидкостями, парами и газами высказалъ Ванъ-Гельмонтъ; не смотря на ошибочность ихъ въ существенныхъ пунктахъ, они все-таки представляли большой шагъ впе-



редъ. Этотъ ученый употребилъ въ первый разъ терминъ „газъ“, удержавшійся въ науку до нашихъ дней <sup>1)</sup>).

Ученые XVII столѣтія не развивали идей Ванъ-Гельмонта; на долю ихъ выпала другая задача: установить истинныя понятія объ основныхъ физическихъ свойствахъ газовъ. Въ этомъ вѣкѣ почти одновременно являются Торичелли, Паскаль, Отто фонъ-Герике и Бойль. Торичелли устанавливаетъ фактъ вѣсомости атмосферы, который блистательно подтверждается прекрасными опытами Паскаля, доказавшими уменьшеніе давленія атмосферы съ поднятіемъ надъ землею поверхностью; Герике находитъ способъ извлекать изъ сосудовъ воздухъ и образовывать въ нихъ относительную пустоту, чѣмъ также подтверждаетъ превозглашенное Торичелли давленіе атмосферы; наконецъ, Бойль, а затѣмъ Мариоттъ знакомятъ человѣчество съ характернѣйшимъ свойствомъ газовъ—ихъ упругостью и устанавливаютъ извѣстный законъ, легшій въ основаніе всѣхъ послѣдующихъ ученій о природѣ газовъ.—Такимъ образомъ въ XVII вѣкѣ найдены осязательныя свойства и непреложно доказана вещественность воздуха—этой тонкой матеріи, почти ускользающей отъ невооруженнаго средствами науки наблюдателя <sup>2)</sup>).

Не смотря на эти успѣхи въ изученіи физическихъ свойствъ газовъ, XVII столѣтіе ничего не прибавило къ свѣдѣніямъ о химической сторонѣ газовъ; болѣе того, ученые этого вѣка забыли даже то, что говорилъ объ отличіи газовъ отъ воздуха и о химической самостоятельности ихъ Ванъ-Гельмонтъ, и возвратились ко взгляду на газы, какъ на виды испорченнаго воздуха. Даже Бойль, установившій одинъ изъ основныхъ законовъ газовъ и оказавшій кромѣ того значительныя услуги химіи <sup>3)</sup>, не видѣлъ существенной разницы между газами и воздухомъ и называлъ ихъ „искусственнымъ воздухомъ“. Гельсъ (Hales) сдѣлавшій множество изслѣдованій надъ газами, которые онъ получалъ изъ различныхъ веществъ и первый точно измѣрялъ, также принималъ газы за воздухъ, испорченный при-  
мѣсями. Болѣе посчастливилось въ этомъ отношеніи XVIII вѣку, въ теченіе котораго были открыты наичаще встрѣчающіеся въ природѣ или при химическихъ реакціяхъ газы, и доказана ихъ химическая самостоятельность. Рядъ этихъ открытій начинается знаменитый основатель ученія о скрытомъ теплородѣ Блэкъ (1728—1799), который выяснилъ отношеніе между составомъ ѣдкихъ и углекислыхъ щелочей и доказалъ, что первыя, присоединяя къ себѣ нѣкоторый газъ (угольную кислоту, названную Блэкомъ „закрѣпленнымъ воздухомъ“), переходятъ въ послѣднія. Не смотря на названіе, данное этимъ ученымъ угольной кислотѣ—„закрѣпленный воздухъ“,—названіе, нѣсколько напоминавшее обычный въ то время взглядъ на газы, какъ на видоизмѣненія воздуха,—Блэкъ категорически заявляетъ о совершенномъ отличіи угольной кислоты отъ воздуха и, какъ на доказательство этого мнѣнія, указываетъ на большій удѣльный вѣсъ ея сравнительно съ воздухомъ и возможность держать ее нѣкоторое время въ открытомъ сосудѣ. За Блэкомъ выступаетъ Кавендишъ (1731—1810) съ открытіемъ водорода и болѣе тщательнымъ изученіемъ угольной кислоты. Онъ для обоихъ газовъ опредѣлилъ удѣльный вѣсъ—свойство, наиболее цѣн-

<sup>1)</sup> Очеркъ развитія нашихъ свѣдѣній о газахъ. Проф. Столѣтова стр. 23 и пр.

<sup>2)</sup> Жамень: „Comment l'air a été liquéfié (Revue des deux Mondes, сентябрь 1884)“

<sup>3)</sup> Онъ одинъ изъ первыхъ собиралъ газы надъ водою, замѣтилъ горючесть газа, выдѣляющагося при дѣйствіи кислотъ на металлы (водорода), констатировалъ увеличеніе вѣса металловъ при окисленіи ихъ и пр.



ное при различеніи газовъ. Наконецъ, въ 1772 году Рутерфордъ открываетъ азотъ, а два года спустя, Пристлей выдѣляетъ изъ красной окиси ртути кислородъ и затѣмъ получаетъ въ свободномъ видѣ окись углерода, сѣрнистую кислоту, амміакъ и другіе газы.

Всѣ эти открытія были извѣстны Лавуазье, и онъ самъ игралъ главную роль при установкѣ истиннаго химическаго характера новыхъ газовъ. Такимъ образомъ ко времени Лавуазье въ наукѣ прочно установилось мнѣніе о существованіи многихъ, химически-отличныхъ другъ отъ друга и отъ воздуха газовъ; былъ уже извѣстенъ качественный составъ воздуха, и даже являлись попытки количественнаго анализа его.

Къ этому же времени начали слагаться болѣе или менѣе близкіе къ истинѣ взгляды на испареніе жидкостей. Важная роль теплоты въ произведеніи этого явленія понималась уже древними. Такъ Аристотель училъ, что образованіе паровъ зависитъ отъ дѣйствія на жидкость огня, который примѣшивается къ ней и, будучи абсолютно легкимъ тѣломъ, побуждаетъ частицы ея подниматься вверхъ. Впрочемъ, древніе, не имѣя никакихъ свѣдѣній о разницѣ въ химическомъ составѣ тѣлъ, не могли и здѣсь не впасть въ весьма грубыя ошибки: имъ уже говорили, что они процессъ испаренія рассматривали, какъ превращеніе воды въ воздухъ. Этотъ взглядъ впервые отвергъ Ванъ-Гельмонтъ, безповоротно-же его несостоятельность была доказана только съ тѣхъ поръ, когда опредѣлили химическій составъ воды и воздуха.

Мнѣнія древнихъ объ испареніи держались въ наукѣ до XVII вѣка; съ этого столѣтія европейскіе ученые стремились выработать самостоятельныя воззрѣнія на явленіе парообразованія. Такъ Бойль училъ, что пары хотя и происходятъ отъ дѣйствія на жидкости теплоты, но поднимаются вверхъ и не падаютъ, благодаря поддержкѣ воздуха; Борелли (1686) утверждалъ, что пары суть соединеніе жидкости съ „огненной матеріей“ которая легче воздуха; Ньютонъ полагалъ, что пары отдѣляются отъ жидкости, благодаря отталкивательному дѣйствію теплоты; водяные пары потому поднимаются вверхъ, что вода легче того вещества, изъ частицъ котораго состоитъ воздухъ. Въ XVIII вѣкѣ особенно много занимались изученіемъ парообразованія. При этомъ одни, какъ Галлей, Лейбницъ, полагали, что водяные пары состоятъ изъ тонкихъ водяныхъ оболочекъ, наполненныхъ разрѣженнымъ воздухомъ или теплотою, и такимъ образомъ представляютъ собраніе какъ бы маленькихъ аэростатовъ; другіе для объясненія этого явленія прибѣгали къ электричеству; такъ Деэагюлье утверждалъ, что пары наэлектризованы однимъ электричествомъ, а воздухъ противоположнымъ, поэтому пары отрываются отъ жидкости и переходятъ въ воздухъ. Въ 1751 году Ле-Руа развилъ теорію растворенія, по которой воздухъ всасываетъ въ себя пары или растворяетъ ихъ подобно тому, какъ вода растворяетъ соль. Такое раствореніе имѣетъ предѣлъ, который называется состояніемъ насыщенія: если перейти этотъ предѣлъ, то паръ будетъ выдѣляться изъ воздуха и осаждаться. Но весьма скоро припомнили фактъ, совершенно разрушившій эту теорію: шведскій ученый Валлеріусъ повторилъ опытъ испаренія въ безвоздушномъ пространствѣ, замѣченнаго еще Бойлемъ, а Уаттъ, введя каплю воды въ торичеллиеву пустоту, нашелъ, что она превратилась въ паръ, который упругостью своею укоротилъ барометрический столбъ ртути. Эти опыты, подрывая значеніе теоріи растворенія, въ то же время указывали несостоятельность взгляда, по которому пары считались собраніемъ пузырьковъ, подобныхъ аэростатикамъ, ибо въ пустотѣ никакой аэростатъ не можетъ подняться; они заставили ученыхъ возвратиться къ прежнимъ взглядамъ на роль теплоты въ парообразованіи. Этому способствовало также открытіе Блэкомъ „скрытой теплоты“ плавленія и испаренія. Стараясь объяснить извѣстные до него факты постоянства



точекъ кипѣнія жидкостей и плавленія твердыхъ тѣлъ, охлажденія при испареніи ■ выдѣленія теплоты при сжиженіи паровъ, Блэккъ понялъ, что жидкость, переходя въ паръ, поглощаетъ теплоту, которая какъ бы перестаетъ быть сама собою: она не обнаруживаетъ своего присутствія въ парахъ дѣйствіемъ на термометръ. <sup>(1)</sup> По Блэкку при испареніи, напр., воды происходитъ нѣчто аналогичное химическому соединенію теплоты съ водою, результатомъ котораго является новое тѣло, непохожее ни на теплоту, ни на воду,—водяной паръ; поэтому-то теплота и теряетъ свое свойство дѣйствовать на термометръ или, какъ говорятъ, скрывается. Совершенно также смотритъ Блэккъ и на скрытую теплоту плавленія: жидкость по его мнѣнію есть также химическое соединеніе вещества съ теплотою, но менѣе богатое послѣднимъ элементомъ, чѣмъ паръ.—Лавуазье держался подобныхъ же взглядовъ. Какъ извѣстно, онъ считалъ теплоту веществомъ <sup>2)</sup> и внесъ ее вмѣстѣ со свѣтомъ въ списокъ химическихъ элементовъ. Въ мемуарѣ своемъ „De la combinaison de la matière du feu avec les fluides évaporables et de la formation des fluides élastiques aériformes“ <sup>3)</sup> онъ говоритъ, что обитаемая нами планета и всѣ находящіяся на ней тѣла окружены со всѣхъ сторонъ и проникнуты нѣкоторою очень тонкою жидкостью, названною имъ „fluide igné, matière du feu, de la chaleur et de la lumière.“ Отношеніе этой матеріи къ тѣламъ подобно отношенію воды къ солямъ. Какъ послѣдняя либо только служитъ для растворенія соли, для удаленія частицъ ея одной отъ другой, либо химически соединяется съ веществомъ соли (кристаллизационная вода), такъ ■ первая то заставляетъ частицы тѣлъ удаляться другъ отъ друга (расширеніе тѣлъ отъ теплоты), то вступаетъ въ химическое соединеніе съ веществомъ тѣлъ и становится неоткрываемою посредствомъ термометра (скрытая теплота), такимъ образомъ, говоритъ Лавуазье, нужно различать въ тѣлахъ „le feu libre et le feu combiné, de la même manière qu'on l'observe pour l'eau dans la solution des sels“. Всякое тѣло можетъ связать химически только опредѣленное количество теплоты. При химическихъ процессахъ, гдѣ разрушаются одни тѣла и образуются другія, происходятъ либо поглощеніе теплоты, либо выдѣленіе ея, либо наконецъ ни того, ни другого не бываетъ. Въ первомъ случаѣ вновь образовавшіяся тѣла содержатъ больше химически связанной теплоты, чѣмъ имѣли ее тѣла реагировавшія; во второмъ—меньше; въ третьемъ—столько-же. Парообразование по Лавуазье есть видъ подобнаго химическаго процесса, подходящаго подъ первый случай: именно, соединеніе вещества жидкости съ теплотою, результатомъ котораго является паръ. Выводъ свой Лавуазье доказываетъ опытами съ эфиромъ, спиртомъ, водою и проч., при испареніи которыхъ всегда замѣчается пониженіе температуры. При этомъ онъ также устанавливаетъ фактъ зависимости температуры кипѣнія отъ давленія. Такимъ образомъ Лавуазье смотритъ на пары, какъ на эластическія воздухообраз-  
■ тѣла, происходящія отъ поглощенія капельными жидкостями теплоты. Впрочемъ послѣ открытія Блэкомъ скрытаго теплорода другой взглядъ на нихъ былъ уже невозможенъ. Отметимъ только, что, судя по вышеизложенному, французскій химикъ обобщаетъ ученіе о скрытой теплотѣ и примѣняетъ его ко всѣмъ химическимъ явленіямъ; самое испареніе и кипѣніе онъ рассматриваетъ, какъ частные случаи этихъ явленій. Въ этомъ, пожалуй, можно видѣть зачатки термохиміи—науки, получившей въ наше время громадный теоретическій интересъ.

<sup>1)</sup> Исторія физики Розенбергера, т. II, стр. 358.

<sup>2)</sup> Впрочемъ, Лавуазье признаетъ возможнымъ считать теплоту движеніемъ вещества.

<sup>3)</sup> Oeuvres t. II p. 212 etc.



Во второй половинѣ XVIII столѣтія, когда жилъ и работалъ Лавуазье, химическія свѣдѣнія о тѣлахъ вообще ■ въ частности о газахъ, были настолько развиты, что исключали всякую возможность разсматривать послѣдніе, какъ видоизмѣненія воздуха; ■■ видѣ- ■■ это выше, когда дѣлали краткій историческій очеркъ открытій въ области химіи газовъ; съ другой стороны установились если и не полныя, то весьма близкія къ истинѣ воззрѣнія на пары; а между тѣмъ вопросъ—что такое газы ■ въ какомъ отношеніи они стоятъ къ парамъ?—оставался нерѣшеннымъ. Сходство тѣлъ обѣихъ категорій не могло быть незамѣченнымъ очень давно: не даромъ древніе учили, что вода, испаряясь, превращается въ воздухъ, а европейскіе ученые называли пары „воздухообразными жидкостями“; но истиннаго рѣшенія вопроса до Лавуазье не было. Ему первому пришло на умъ блистательное сближеніе понятій „пара“ и „газа“, въ силу котораго онъ отождествилъ газы съ парами неизвѣстныхъ намъ жидкостей. Сообразно съ этимъ, онъ очень часто употребляетъ безразлично слова „газъ“ ■ „паръ“, напр., онъ говоритъ: „газъ воды“ (*gaz aqueux*), „газъ спирта“ (*gaz alcoolique*) и проч., вмѣсто „водяной паръ“, „паръ спирта“ <sup>1)</sup> и проч. Этимъ обобщеніемъ было сдѣлано почти все для установленія закона о трехъ физическихъ состояніяхъ тѣлъ. Явленія плавленія и испаренія были извѣстны и до Лавуазье, и его предшественники не могли не признавать измѣненій, производимыхъ въ тѣлахъ теплотою; однако никто изъ нихъ не высказалъ, что всякое тѣло можетъ принимать одно изъ трехъ физическихъ состояній—твердое, жидкое и газообразное—въ какомъ бы состояніи оно не находилось при обыкновенныхъ условіяхъ температуры <sup>2)</sup>. Для такого общаго положенія не хватало, главнымъ образомъ, мысли Лавуазье, отождествлявшей всѣ существующіе газы съ парами нѣкоторыхъ жидкостей. Впрочемъ, Лавуазье и кромѣ этого сдѣлалъ много для установленія своего закона; онъ вообще старательно занимался изученіемъ отношенія теплоты къ тѣламъ и результаты своихъ изслѣдованій опубликовалъ въ цѣломъ рядѣ мемуаровъ, въ которыхъ не рѣдко упоминается мысль о трехъ физическихъ состояніяхъ тѣлъ; но во всей полнотѣ своей она высказывается въ мемуарѣ „*Vues générales sur la formation et la constitution de l'atmosphère de la terre*“, гдѣ знаменитый химикъ со свойственною ему замѣчательною яркостью выраженія формулируетъ свое ученіе, оставшееся навсегда безъ измѣненія въ наукѣ.

„Предположимъ,—говоритъ онъ <sup>3)</sup>—что земля вдругъ перенесена въ болѣе теплую область солнечной системы, напр., въ страну, гдѣ обыкновенная теплота гораздо выше температуры кипящей воды; тогда всѣ жидкости, способныя испаряться при температурахъ, близкихъ къ точкѣ кипѣнія воды и многія металлическія вещества начали бы расширяться ■ превратились бы въ воздухообразныя жидкости, которыя стали бы частью атмосферы.... „Можно было бы развивать далѣе эти взгляды и разсмотрѣть, что произойдетъ въ этомъ предположеніи съ камнями, солями и большею частью плавкихъ веществъ, составляющихъ земной шаръ; понятно, что они размягчились бы, начали плавиться и образовали бы жидкости.... Напротивъ, если бы земля вдругъ была помѣщена въ очень холодныя области, напр., Юпитера или Сатурна, то вода, образующая теперь наши рѣки и моря, и, вѣроятно, весьма большое число извѣстныхъ намъ жидкостей перешли бы въ твердыя горы, въ очень

<sup>1)</sup> Oeuvres, t. I, p. 47.

<sup>2)</sup> Напротивъ, иногда высказывались взгляды, совершенно исключавшіе это ученіе; такъ Бойль признавалъ возможнымъ допустить, что нѣкоторыя жидкости (спиртъ, азотная кислота) совсѣмъ не замерзаютъ. (Розенбергеръ, т. II, стр. 168).

<sup>3)</sup> Oeuvres, t. II, p. 804 etc.



крѣпкія скалы, которыя сначала были бы прозрачны, однородны ■ бѣлы, какъ горный хру-  
сталь, но съ теченіемъ времени смѣшались бы съ разными тѣлами и превратились бы въ  
непрозрачныя, различнымъ образомъ окрашенные камни. Воздухъ, при этомъ предположеніи  
(или, по крайней мѣрѣ, часть воздухообразныхъ веществъ, входящихъ въ составъ его), пе-  
ресталъ бы существовать въ состояніи невидимыхъ жидкостей по недостатку нужной сте-  
пени тепла; онъ такимъ образомъ перешелъ бы въ состояніе (капельной) жидкости, и это  
измѣненіе породило бы новыя жидкости, о которыхъ мы не имѣемъ ни малѣйшаго понятія.  
Эти два крайнія предположенія и вытекающія изъ нихъ слѣдствія дѣлаютъ яснымъ, что  
твердое тѣло, жидкость и газъ суть три различныя состоянія одной и той-же матеріи, че-  
резъ которыя могутъ послѣдовательно переходить почти всѣ вещества, и которыя зависятъ  
единственно отъ количества теплорода, проникающаго послѣднія“.

Это было написано около ста лѣтъ тому назадъ и представляло обобщеніе хотя и  
значительнаго, но недостаточнаго числа фактовъ; въ особенности бездоказательностью  
страдала часть ученія о превращеніи газовъ въ жидкости; подобно большинству широ-  
кихъ обобщеній, ученіе Лавуазье хотя и возникло изъ наблюденія дѣйствительныхъ явле-  
ній, но въ значительной степени опиралось на предвидѣніе и геніальную догадку творца  
своего; опытная повѣрка его была неизбежна. Сто лѣтъ потребовалось на эту повѣрку, и  
только теперь,—когда физикамъ удалось превратить въ жидкости почти всѣ огнеупорныя  
тѣла, когда они получили спиртъ въ видѣ бѣлой снѣгообразной массы и познакомились съ  
кислородною и водородною жидкостями, когда, наконецъ, замороженъ азотъ и другіе по-  
стоянные газы,—только теперь мы имѣемъ удовлетворительный матеріалъ для полной ин-  
дукціи закона трехъ физическихъ состояній тѣлъ. Мы не будемъ останавливаться на изло-  
женіи ученій о плавленіи твердыхъ тѣлъ и замораживаніи и испареніи жидкостей; оставляя  
за собою право когда-нибудь въ другое время поговорить объ этомъ, мы теперь перейдемъ  
въ дальнѣйшему развитію ученія о газахъ въ отношенія измѣненія физическаго состоянія ихъ.

*Ив. Гусаковскій.*

## Разложеніе корней квадратнаго уравненія въ непрерывную дробь.

Тема для сотрудников<sup>1)</sup>.

Возьмемъ уравненіе

$$a_1x^2 - bx - a = 0, \quad (1)$$

которое имѣетъ одинъ положительный и одинъ отрицательный корень. По-  
ложимъ, что положительный корень больше единицы и отрицательный ко-  
рень по абсолютной величинѣ меньше единицы. Такое уравненіе назовемъ  
приведеннымъ (reducible) уравненіемъ.

Пусть  $c$  наибольшее цѣлое число, не превосходящее положительнаго  
корня; положимъ

$$x = c + \frac{1}{x_1}.$$

<sup>1)</sup> Лица, пишущія на эту тему, приглашаются въ точности выполнить данную про-  
грамму.



Послѣ этой подстановки уравненіе приметъ видъ

$$a_2x_1^2 - b_1x_1 - a_1 = 0.$$

Это уравненіе обладаетъ тѣми же свойствами какъ и прежнее: положительный корень будетъ больше единицы, а отрицательный корень по абсолютной величинѣ меньше единицы.

Выраженіе  $b^2 + 4aa_1$  называется опредѣлителемъ уравненія.

Опредѣлитель уравненія не измѣняется:

$$b^2 + 4aa_1 = b_1^2 + 4a_1a_2.$$

Пусть  $c_1$  есть наибольшее цѣлое число, не превосходящее положительнаго корня второго уравненія; положимъ

$$x_1 = c_1 + \frac{1}{x_2}.$$

Послѣ этой подстановки второе уравненіе преобразуется въ слѣдующее:

$$a_3x_2^2 - b_2x_2 - a_2 = 0. \text{ И такъ далѣе.}$$

Подобнымъ образомъ мы разлагаемъ положительный корень въ непрерывную дробь:

$$x = c + \frac{1}{c_1 + \frac{1}{c_2 + \dots}}$$

Выше мы сказали, что опредѣлитель не измѣняется; означимъ его чрезъ  $D$ . Если мы примемъ во вниманіе, что уравненіе

$$y^2 + 4xz = D$$

имѣетъ конечное число цѣлыхъ положительныхъ рѣшеній, то отсюда докажемъ, что рядъ квадратныхъ уравненій періодически повторяется. Но если рядъ уравненій періодически повторяется, то тоже имѣетъ мѣсто и для ряда чиселъ  $c, c_1, c_2, \dots$ . Отсюда слѣдуетъ, что корни квадратнаго уравненія разлагаются въ непрерывную періодическую дробь.

Пусть дано какое нибудь уравненіе

$$a_{m+1}x_m^2 - b_mx_m - a_m = 0 \dots \quad (m+1)$$

Положимъ, что требуется составить предыдущее уравненіе. Въ такомъ случаѣ опредѣлимъ цѣлое положительное число  $c_{m-1}$  такъ, чтобы оно по абсолютной величинѣ не превосходило единицы, раздѣленной на отрицательный корень уравненія  $(m+1)$ . Положеніемъ

$$x_m = \frac{1}{x_{m-1} - c_{m-1}}$$

это уравненіе приводится къ предыдущему:

$$a_mx_{m-1}^2 - b_{m-1}x_{m-1} - a_{m-1} = 0.$$

Итакъ предыдущее уравненіе составляется изъ послѣдующаго только од-



нимъ опредѣленнымъ способомъ. Отсюда слѣдуетъ, что при разложеніи положительнаго корня уравненія (1) въ непрерывную дробь періодъ начнется съ перваго члена.

Означимъ чрезъ  $x$  положительный корень и чрезъ  $x'$  отрицательный корень уравненія (1). При разложеніи двухъ чиселъ  $x$  и  $-\frac{1}{x'}$  въ непрерывную дробь періоды ихъ состоятъ изъ взаимно обратныхъ членовъ, такъ что

$$x = c + \frac{1}{\cfrac{c_1+1}{\cfrac{c_2+1}{\dots + \frac{1}{\cfrac{c_{m-1}+1}{\cfrac{c_m+1}{c_m+x}}}}}} \quad -\frac{1}{x'} = c_m + \frac{1}{\cfrac{c_{m-1}+1}{\dots + \frac{1}{\cfrac{c_2+1}{\cfrac{c_1+1}{c-\frac{1}{x'}}}}}}$$

Если въ приведенномъ уравненіи (1) коэффициентъ при  $x$  дѣлится безъ остатка на коэффициентъ при  $x^2$ , т. е.

$$\frac{b}{a_1} = \text{цѣлому числу,}$$

то при разложеніи положительнаго корня уравненія въ непрерывную дробь періодъ состоитъ изъ членовъ, повторяющихся въ обратномъ порядкѣ. Если періодъ будетъ

$$c, c_1, c_2, \dots, c_{m-1}, c_m,$$

то  $c_1 = c_m, c_2 = c_{m-1}, c_3 = c_{m-2},$  и т. д.

Этимъ свойствомъ, какъ частный случай, обладаетъ разложеніе квадратнаго корня изъ цѣлаго числа въ непрерывную дробь.

Перейдемъ теперь къ разложенію въ непрерывную дробь корней неприведеннаго уравненія. Разсмотримъ три случая.

1. Положимъ, что большій корень заключается между  $m+1$  и  $m$ , и меньшій между  $n+1$  и  $n$ , гдѣ  $m$  и  $n$  нѣкоторыя цѣлыя числа; пусть  $m > n+1$ . При разложеніи корней въ непрерывную дробь періодъ начнется со втораго члена.

2. Положимъ, что большій корень заключается между  $m+2$  и  $m+1$ , а меньшій между  $m+1$  и  $m$ . При разложеніи большаго корня въ непрерывную дробь періодъ начинается съ третьяго члена. При разложеніи меньшаго корня періодъ начинается со втораго члена.

3. Положимъ, что оба корня заключаются между  $m+1$  и  $m$ . Положеніемъ  $x = m + \frac{1}{x'}$ , мы придемъ къ одному изъ предыдущихъ случаевъ, или-же снова къ этому послѣднему случаю.

В. Ермаковъ.



## Хроника.

### Фотографія безъ оптическихъ стеколъ.

Мы уже неоднократно упоминали объ успѣхахъ фотографіи въ послѣднее время; теперь отмѣчаемъ новый фактъ, который вѣроятно составитъ эпоху въ исторіи свѣтописи, — получение отчетливыхъ фотографическихъ снимковъ безъ помощи оптическихъ стеколъ французскимъ капитаномъ Кольсономъ.

Мы неимѣли еще возможности познакомиться съ брошюрой Г. Кольсона „*La photographie sans objectif*“ (Paris. Gauthier—Villars. 1887.), тѣмъ не менѣе читатели наши легко поймутъ сущность новаго приѣма изъ ниже-слѣдующаго и, если захотятъ, могутъ даже попробовать примѣнить его у себя дома, такъ какъ съ настоящаго времени занятіе фотографіей становится еще болѣе общедоступнымъ и не требующимъ особенныхъ затратъ на оптическіе аппараты.

Изъ любого учебника физики извѣстно, что лучи, проникающіе сквозь небольшое отверстіе въ темную комнату, даютъ на экранѣ обратное изображеніе того освѣщеннаго или свѣтящагося предмета, отъ котораго они исходятъ. — Вотъ и весь принципъ. До послѣдняго времени онъ не могъ быть примѣняемъ къ фотографіи, потому что употреблявшіяся прежде вещества для покрытія стеклянныхъ пластинокъ не достаточно были чувствительны для полученія негативнаго отпечатка такихъ изображеній, вообще слабо освѣщенныхъ вслѣдствіе малости отверстія. Въ этомъ и заключается главная причина употребленія оптическихъ собирательныхъ стеколъ, при помощи которыхъ концентрировалось въ изображеніи гораздо большее количество свѣтовыхъ лучей. Въ настоящее время, когда свѣточувствительность бромо-желатинныхъ пластинокъ доведена до такой степени, что возникло *миновенное* фотографированіе и получаются снимки при свѣтѣ луны, главное препятствіе само собою устраняется, и даже слабо освѣщенные изображенія могутъ быть переносимы на стекло или бумагу фотографическими приѣмами.

Замѣтимъ еще одно немаловажное преимущество изображеній, получаемыхъ при перекрещиваніи лучей въ маленькомъ отверстіи ставни: они точнѣе въ перспективномъ отношеніи чѣмъ изображенія, даваемыя оптическими стеклами. Эти послѣднія, какъ извѣстно, не могутъ дать точнаго и отчетливаго изображенія въ *одной плоскости* такого предмета или ландшафта, различныя точки котораго находятся въ различныхъ разстояніяхъ отъ объектива (см. теорію сопряженныхъ фокусовъ), и въ особенности это неудобство фотографическихъ аппаратовъ даетъ себя чувствовать при незначительномъ разстояніи снимаемаго предмета (напр. при фотографированіи группъ изъ многихъ лицъ) и обнаруживается расплывчатостью снимковъ. При употребленіи малыхъ отверстій вмѣсто стеколъ это неудобство почти устраняется, ибо различно удаленные отъ отверстія предметы обри-



совываются почти одинаково отчетливо; при перемѣщеніи-же экрана измѣняется только величина и яркость изображенія, но не расположеніе составныхъ его частей.

Г. Кольсонъ занялся практическимъ изученіемъ этого вопроса и пришелъ къ слѣдующимъ заключеніямъ: отчетливость изображеній зависитъ главнымъ образомъ отъ величины отверстія, которое должно быть согласовано съ удаленіемъ экрана. При растояніи экрана=8 ценм. діаметръ отверстія долженъ быть=0, 3 мм., при удаленіи экрана на 30 цм. (почти 12 дюймовъ)—діам. отв.=0, 5 мм. Форма отверстія должна быть круглая; дѣлается-же оно въ ширмѣ металлической, имѣющей не болѣе 0,2 мм. толщины. Притомъ Г. Кольсонъ рекомендуетъ дѣлать эти отверстія коническими, расходящимися съ наружной стороны: это увеличиваетъ поле зрѣнія. Продолжительность фотографированія въ такой камерѣ, снабженной маленькимъ круглымъ отверстіемъ, зависитъ отъ разстоянія экрана (т. е. задней стѣнки, которая можетъ быть сдѣлана какъ въ обыкновенныхъ фотогр. аппаратахъ выдвижною и съ матовымъ стекломъ); чѣмъ разстояніе это больше, тѣмъ и больше нужно времени. У Г. Кольсона минимум=30 сек, максимум=15 мин.; это для отдаленныхъ ландшафтовъ, для болѣе-же близкихъ предметовъ, освѣщенныхъ обыкновеннымъ дневнымъ свѣтомъ, нужна большая продолжительность.

### Новый способъ приготовленія **магнитовъ.**

Стальной стержень, обмотанный проволокой или заключенный въ катушку, располагаютъ вертикально между двумя кусками мягкаго желѣза, изъ которыхъ верхній, черезъ посредство проволоки катушки, соединенъ съ однимъ изъ полюсовъ батареи. Второй полюсъ соединенъ съ молоткомъ, которымъ ударяютъ по верхнему куску желѣза сверху внизъ. Каждый разъ въ моментъ удара замыкается токъ, и стальной стержень подвергается одновременно намагничивающему дѣйствию тока и механическому сотрясенію.

## С м ѣ с ь .

### Построеніе длины окружности.

Въ Archiv der Mathematik und Physik (1886 г. стр. 447) Ф. Бретшнайдеръ даетъ для  $\pi$  слѣдующее выраженіе, точное до пятого десятичнаго знака включительно:

$$\frac{13\sqrt{146}}{50},$$

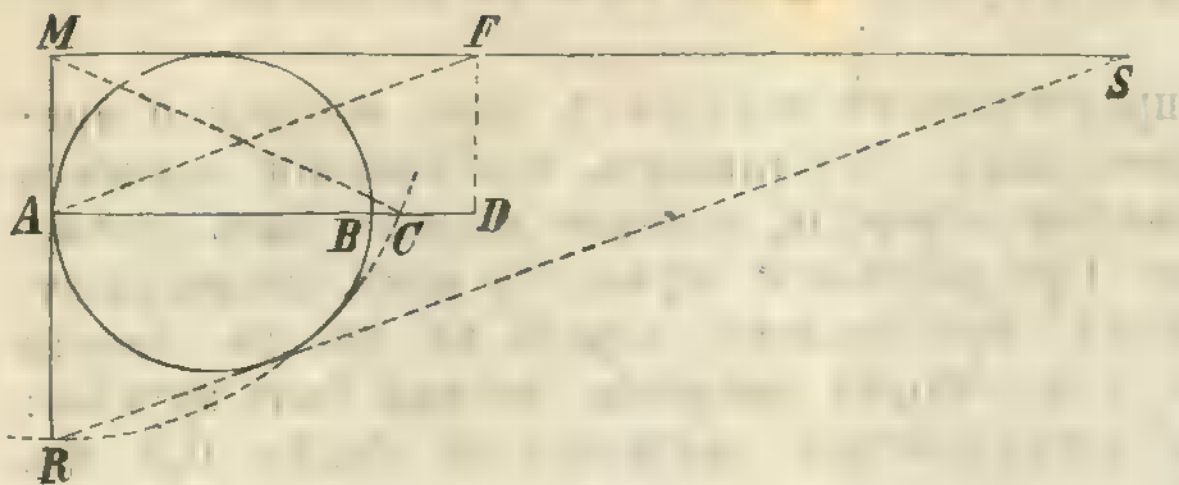
а такъ какъ  $146=11^2+5^2$ , то нахожденіе длины полуокружности построеніемъ сводится на геометрическое выполненіе формулы

$$\pi = \frac{13\sqrt{11^2+5^2}}{50},$$

гдѣ за единицу принять радіусъ.



Фиг. 19.



Въ Journal de Mathém. élém. (1886 г. стр. 137) это построение выполнено слѣдующимъ образомъ. Дѣлимъ діаметръ АВ (фиг. 19) на 10 равныхъ частей и на продолженіи его откладываемъ  $BC = \frac{1}{10}$  и  $CD = \frac{2}{10}$  діам. На касательной въ концѣ діаметра А, откладываемъ отъ А длину ра-

діуса АМ; тогда гипотенуза МС будетъ изображать  $\frac{r}{5} \sqrt{11^2 + 5^2}$ . Радиусомъ равнымъ этой гипотенузѣ опишемъ изъ М дугу, которая пересѣчетъ продолженную внизъ касательную въ точкѣ R. Изъ М проводимъ вторую касательную MS, строимъ прямоугольникъ AMFD и проводимъ линію RS параллельную діагонали AF. Длина касательной MS даетъ  $2\pi$ . Дѣйствительно, изъ подобія треугольниковъ AMF и RMS имѣемъ

$$MS:MF=MR:MA$$

а такъ какъ  $MF = \frac{13}{5}r$ ,  $MR = \frac{r}{5} \sqrt{11^2 + 5^2}$  и  $MA = r$ , то отсюда

$$MS = \frac{13\sqrt{146}}{25}r \text{ т. е. } = 2\pi r$$

съ точностью до 5-и дес. знаковъ.

### Замѣчательное фізіологическое дѣйствіе атмосфернаго электричества.

Въ нѣсколькихъ миляхъ отъ г. Маракайбо (въ Венецуэллѣ) во время дождливой и бурной погоды въ ночь съ 24-го на 25-ое октября прошлаго 1886 года одно семейство, состоящее изъ девяти лицъ, было внезапно разбужено необыкновеннымъ громко-жужжащимъ шумомъ и ослѣпительнымъ блескомъ, ярко освѣтившимъ всю внутренность хижины. Испуганные, всѣ бросились на колѣни и стали молиться, но вскорѣ молитвы ихъ были прерваны сильнымъ припадкомъ рвоты, послѣ чего лица ихъ и въ особенности губы оказались сильно распухшими. Къ утру опухоль прошла, оставивъ на лицахъ черные прыщи, которые не причиняли никакой особенной боли въ теченіе слѣдующихъ за этимъ восьми дней. На девятый день, напротивъ, прыщи превратились въ злокачественныя язвы, кожа во многихъ мѣстахъ стала облущиваться, больные лишились волосъ съ той стороны головы, на которой лежали въ моментъ наступленія этой загадочной катастрофы, и у всѣхъ та-же сторона тѣла вообще оказалась болѣе поврежденною, чѣмъ другая. Пострадавшіе были помѣщены въ госпиталь и, какъ



можно заключить изъ журнальныхъ сообщеній объ этомъ фактѣ, болѣзнь ихъ не имѣла серьезныхъ послѣдствій для здоровія. Замѣчательно, что хижина при этомъ не пострадала нисколько: не оказалось никакихъ слѣдовъ удара молніи, всѣ двери и окна остались неповрежденными и закрытыми. Притомъ, по единогласному заявленію всѣхъ девяти жертвъ катастрофы, было только слышно какое-то жужжаніе, а ослѣпительный блескъ сопровождался ощущеніемъ особеннаго запаха. Другимъ интереснымъ обстоятельствомъ является здѣсь еще тотъ фактъ, что деревья, окружающія хижину, на которыхъ тоже не было замѣтно въ началѣ никакихъ разрушительныхъ дѣйствій молніи, всѣ завяли тоже на девятый день. Очень можетъ статься, что это совпаденіе срока, черезъ который обнаружилось разрушительное дѣйствіе атмосфернаго электричества на организмъ человѣка и растенія, является здѣсь простою случайностью. Тѣмъ не менѣе всѣ эти загадочные факты, въ справедливости которыхъ довольно трудно сомнѣваться <sup>1)</sup>, еще разъ доказываютъ какъ мало мы знаемъ и понимаемъ явленія окружающей насъ природы, и какъ желательнымъ было-бы увеличить до возможной степени наши наблюденія надъ проявленіемъ столь разнообразныхъ дѣйствій атмосфернаго электричества.

### Таблица среднихъ скоростей.

Скорости выражены въ метрахъ (1 м.=3, 28 ф.=1, 4 арш.). Числа въ скобкахъ означаютъ приблизительное время, необходимое для обхода земнаго шара по экватору.

|                            |                   |                         |               |
|----------------------------|-------------------|-------------------------|---------------|
| Улитка . . . . .           | 0,0015 (843 года) | Поѣздъ жел. дороги .    | 12,5(37д.)    |
| Слабое теченіе воды . .    | 0,07              | Акула . . . . .         | 13,0          |
| Теч. воды въ рѣкѣ . . .    | 0,9               | Скаковая лошадь . . .   | 13,1          |
| Лошадь шагомъ . . . . .    | 1,0 (464 дня)     | Велосипедъ (Мах.) . .   | 15,0          |
| Едва замѣтный вѣтеръ .     | 1,0               | Курьерскій поѣздъ . .   | 15,7          |
| Пѣшеходъ (108 шаг. въ 1')  | 1,3 (357 дн.)     | Буря . . . . .          | 16,0          |
| Муха (600 уд. кр. въ 1")   | 1,6               | Камень, брошен. рукою   | 16,0          |
| Умѣренный вѣтеръ . . .     | 2,0               | Локомотивъ . . . . .    | 17,8          |
| Верблюды . . . . .         | 2,0               | Почтовый голубь . . .   | 18,0          |
| Лошадь рысью . . . . .     | 2,1               | Мах. ск. пасс. поѣзда . | 20,8          |
| Вѣтеръ средней силы . .    | 3,2               | Ласточка . . . . .      | 21,8          |
| Вѣтеръ свѣжій . . . . .    | 4,0               | Соколъ . . . . .        | 23,1          |
| Мах. теченія воды въ рѣк.  | 4,0               | Мах. ск. курь. поѣзда . | 25,0          |
| Лошадь въ галопъ . . . .   | 4,5               | Борзая собака . . . .   | 25,3          |
| Морской пароходъ . . . .   | 5,0 (93 дня)      | Лучшія скак. англ. лош. | 25,3          |
| Сѣв. олень въ саняхъ . . . | 8,1               | Перед. впечатл. по нерв | 30,0          |
| Хорошій морской вѣтеръ     | 9,0               | Орелъ . . . . .         | 30,0          |
| Искусный конкобѣжець       | 11,7              | Ураганъ . . . . .       | 36,0 (13 дн.) |

<sup>1)</sup> Centralblatt für Electrotechnik (№ 2. 1887.) заимствовалъ это сообщеніе изъ англ. журнала „The Electrician“.



Звукъ (въ воздухѣ) 322,5 (33

Точка экватора при

вращ. земли . . . 465,0

Ружейная пуля . . 410,0

Пушечное ядро (мах.) 500,0 (\*)

Скорости выражены въ географич. миляхъ (=7420,4 метр.):

Центръ земли при дв. ок. солнца 4. Электричества—различна, отъ 10000

Распространеніе свѣта 42000. до 64000.

## Вопросы и задачи.

**№ 101.** Подали горячій кофе въ чашкѣ. Чтобы его выпить, необходимо обождать пока онъ не остынетъ до нѣкоторой опредѣленной температуры. Извѣстно, что сахаръ, который долженъ быть вложенъ въ чашку, понизитъ температуру вслѣдствіе растворенія. Спрашивается, какъ лучше поступить для того чтобы ускорить до возможной степени процессъ охлажденія кофе: бросить-ли въ него сахаръ въ самомъ началѣ, а потомъ еще нѣкоторое время выждать, или—прежде подождать, а затѣмъ уже прибавить сахаръ? При этомъ не принимается въ расчетъ увеличеніе объема, причиняемое прибавленіемъ сахару и потеря тепла черезъ теплопроводность.

NB Эта задача была предложена французскимъ физикомъ Э. Госпиталье и помѣщена недавно въ „Journal de physique, chimie etc. élémentaires“. Мы надѣемся, что она окажется доступною не только для учениковъ французскихъ ср. уч. заведеній.

**№ 102.** Въ сосудъ произвольной формы съ плоскимъ основаніемъ наложены до опредѣленнаго уровня равные шары такимъ образомъ, что каждый шаръ опирается на три шара нижележащаго слоя, т. е. что шары расположены при условіи существованія между ними возможно тѣснаго соприкосновенія. Допустимъ, что радіусы шаровъ, которые не перестаютъ наполнять сосудъ до той-же высоты, неопредѣленно уменьшаются и стремятся къ нулю. Найти предѣлъ отношенія суммы объемовъ всѣхъ шаровъ къ объему занимаемой ими части сосуда.

NB. Эта задача была предложена, не знаемъ кѣмъ именно, въ одномъ изъ засѣданій Харьковскаго Математическаго Общества.

**№ 103.** Рѣшить кубическое уравненіе

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0,$$

если корни его составляютъ: 1) прогрессію арифметическую, 2) прогрессію геометрическую и 3)—гармоническій рядъ.

(Задача Шлёмилъха).

(\*) Это наибольшая скорость, какой удалось человѣку достигнуть искусственными приёмами.



№ 104. Найти два цѣлыя числа, коихъ сумма равна  $\frac{1}{10}$  ихъ произведенія. Сколько здѣсь можетъ быть рѣшеній?

№ 105. Даны двѣ касающіяся извнѣ въ точкѣ А окружности. Пусть общая касательная къ нимъ касается первой окружности въ В, а второй— въ С. Проводимъ къ ней перпендикуляръ MN черезъ центръ внѣшняго подобія S. Пусть продолженныя хорды ВА и АС пересѣкаютъ этотъ перпендикуляръ въ точкахъ Р и Q. Требуется доказать равенство отрезковъ SP и SQ.

## Рѣшенія задачъ.

№ 39 Даны  $n$  линейныхъ функцій

$$ax + by + \dots + kt = l,$$

$$a'x + b'y + \dots + k't = l',$$

$$a''x + b''y + \dots + k''t = l'',$$

$$\dots \dots \dots$$

съ  $m$  переменными  $x, y, \dots, t$ , такъ что  $m < n$ . Найти величины этихъ переменныхъ, которыя дѣлаютъ сумму абсолютныхъ величинъ упомянутыхъ линейныхъ функцій наименьшею. (Задача предл. проф. А. Н. Коркинымъ).

Ограничиваемся доказательствомъ слѣдующей теоремы:

Система величинъ  $x, y, \dots, t$ , при которыхъ сумма абсолютныхъ величинъ нашихъ линейныхъ функцій наименьшая, обращаетъ въ нуль не меньше  $m$  линейныхъ функцій изъ числа  $n$  данныхъ.

Предположимъ, что  $m-1$  величинъ  $y, z, \dots, t$ , исключая  $x$ , нами найдены. Разсматривая ихъ, слѣдовательно, какъ величины извѣстныя, мы приходимъ къ розысканію  $x$  подъ тѣмъ условіемъ, чтобы сумма абсолютныхъ величинъ выраженій

$$ax + \mu, a'x + \mu', a''x + \mu'', \dots$$

(1)

гдѣ вообще

$$\mu^{(i)} = b^{(i)}y + \dots + k^{(i)}t - l^{(i)},$$

была наименьшей. Но такая величина  $x$ , какъ мы видѣли при рѣшеніи предыдущей задачи № 38 <sup>1)</sup>, обращаетъ въ нуль одно изъ выраженій (1). Пусть это будетъ

<sup>1)</sup> См. Вѣстникъ № 14, страница 44.



$$a^{(p)}x + \mu^{(p)}.$$

Слѣдовательно будемъ имѣть

$$a^{(p)}x + b^{(p)}y + \dots + k^{(p)}t - l^{(p)} = 0.$$

Опредѣляя отсюда  $x$  и подставляя найденное выраженіе для  $x$  въ наши  $n$  линейныхъ функцій, мы придемъ, очевидно, къ  $(n-1)$  линейнымъ функціямъ съ  $(m-1)$  переменными:  $y, z, \dots t$ . Разсуждая совершенно также, мы убѣдимся, что искомая система величинъ  $y, z, \dots t$  должна обратить въ нуль по крайней мѣрѣ одну изъ числа  $(n-1)$  линейныхъ функцій и, слѣдовательно, одну изъ числа  $n$  данныхъ функцій, отличную отъ

$$a^{(p)}x + b^{(p)}y + \dots + k^{(p)}t - l^{(p)}.$$

Переходя отъ  $(n-1)$  линейныхъ функцій съ  $(m-1)$  переменными  $y, z, \dots t$  къ  $(n-2)$  функціямъ съ  $(m-2)$  переменными и повторяя предыдущее разсужденіе, мы присоединимъ къ двумъ полученнымъ уравненіямъ третье и т. д. Выключая такимъ образомъ послѣдовательно одну переменную за другой, мы и убѣждаемся въ справедливости вышеприведенной теоремы, которая даетъ слѣдующее рѣшеніе задачи, требующее конечнаго числа дѣйствій.

Беремъ  $m$  какихъ угодно изъ числа  $n$  данныхъ линейныхъ функцій и, приравнявъ ихъ нулю, рѣшаемъ полученную систему уравненій относительно  $m$  неизвѣстныхъ  $x, y, \dots t$ . Найденныя значенія для  $x, y, \dots t$  подставляемъ въ остальные  $n-m$  функцій и беремъ сумму абсолютныхъ величинъ результатовъ подстановки. Обозначимъ эту сумму черезъ  $M$ . Другая система  $m$  уравненій дастъ, вообще говоря, и другой результатъ  $M'$ . Число системъ уравненій, которыя придется разсмотрѣть, равно числу сочетаній изъ  $n$  по  $m$ , т. е. равно

$$\frac{n(n-1)\dots(n-m+1)}{1.2.3\dots m}.$$

Наименьшее изъ чиселъ  $M, M' \dots$  будетъ искомымъ мінімумъ, а система величинъ  $x, y, \dots t$ , дающая этотъ мінімумъ, и будетъ слѣдовательно та, которую предложено найти.

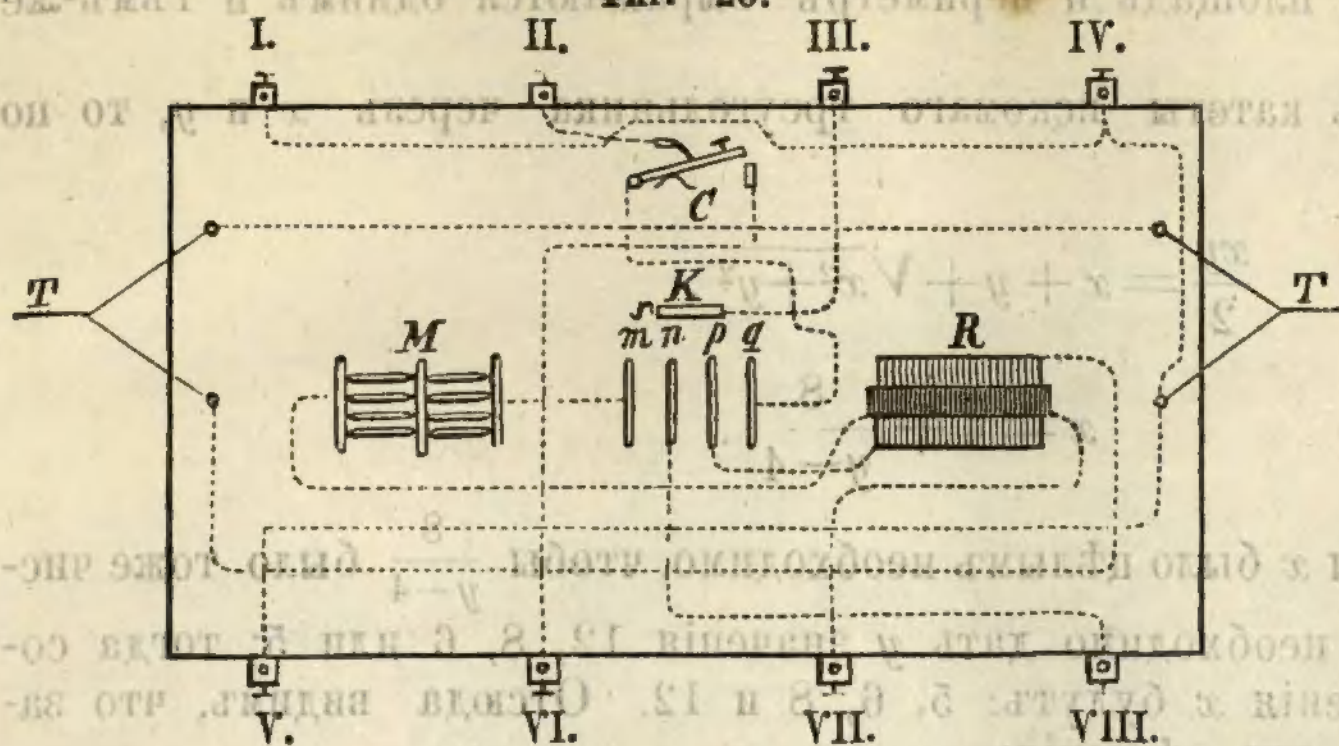
Можетъ случиться, что въ той системѣ  $m$  уравненій, изъ которой должны быть опредѣлены  $x, y, \dots t$ , дающія требуемый мінімумъ, опредѣлитель (общій знаменатель въ выраженіяхъ для  $x, y, \dots t$ ), составленный изъ коэффициентовъ при  $x, y, \dots t$ , равенъ нулю. Въ этомъ случаѣ предложенная задача или вовсе не имѣетъ рѣшенія, или же допускаетъ безконечное множество такихъ системъ величинъ  $x, y, \dots t$ , при которыхъ получается одинъ и тотъ-же мінімумъ.

(И. Ивановъ, П. Никульцевъ).



№ 40. Въ микрофонной системѣ Адера на каждой станціи имѣются:

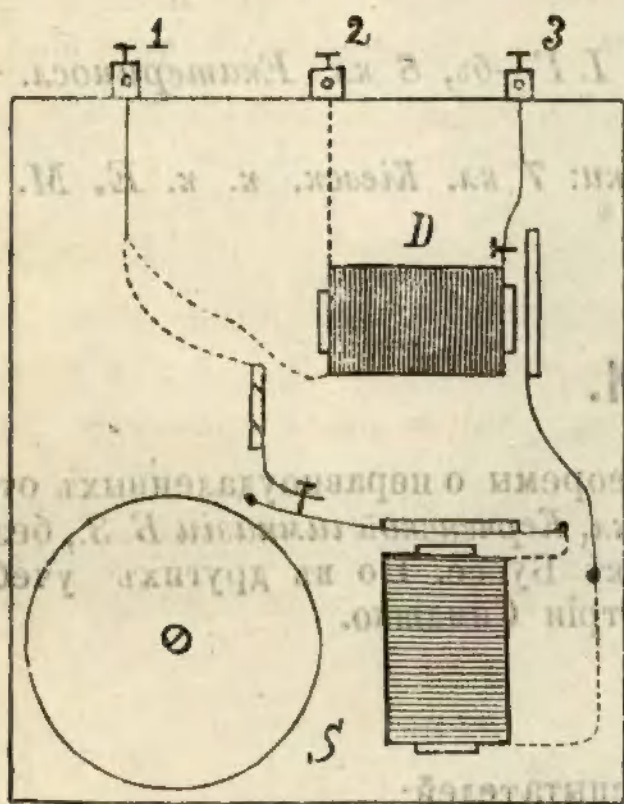
Фиг. 20.



1. Приборъ (фиг. 20), содержащій небольшую катушку Румкорфа R, микрофонъ M съ декою, коммутаторъ K и ключъ (клавишу) C для подачи сигнала; все содержится въ одномъ ящикѣ, прикрѣпленномъ къ стѣнѣ.

2. Пара телефоновъ, T, T, соединенныхъ постоянными металлическими шнурами съ тѣмъ-же приборомъ, по бокамъ котораго находятся крючки для подвѣшиванія на нихъ телефоновъ во время бездѣйствія прибора.

Фиг. 21.

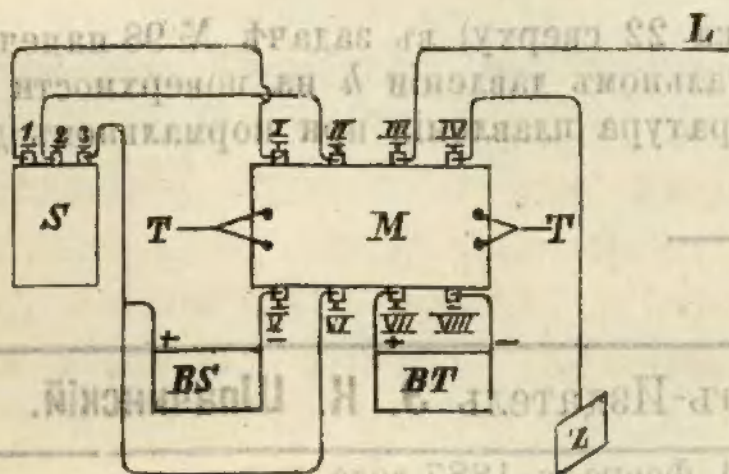


3. Сигнальный аппаратъ (электрическій колокольчикъ) (фиг. 21) на отдѣльной доскѣ, тоже прибиваемой къ стѣнѣ.

4. Двѣ отдѣльныя гальваническія батареи, изъ которыхъ одна дѣйствуетъ при подачѣ сигнала, а равно и при его полученіи, а вторая—при отправленіи телефонной депеши.

Въ главномъ приборѣ (фиг. 20) различныя его части и зажимные винты, которыхъ 8, соединены постоянными проволоками какъ показано на чертежѣ пунктиромъ. Коммутаторъ K состоитъ изъ 5 пластинокъ, r, m, n, p, q. Когда телефоны висятъ на своихъ крючкахъ, пластинка r соединена съ q (на чертежѣ не показано); когда же послѣ полученія отвѣтнаго сигнала телефоны снимаются съ крючковъ, въ коммутаторѣ само собою устанавливается сообщеніе между r и p и между m и n. Сигнальный аппаратъ (фиг. 21) состоитъ изъ колокольчика S и релѣ D; при немъ 3 заж. винта; изъ нихъ 1-й и 2-й соединены всегда при посредствѣ катушки D.

[ Фиг. 22.



Указать назначеніе всѣхъ одинадцати зажимныхъ винтовъ микрофона Адера.

На прилагаемомъ рисункѣ (фиг. 22) показаны схематически соединенія всѣхъ винтовъ, тождественныя на обѣихъ станціяхъ.

(Н. Ульянинъ).



№ 55. Определить въ цѣлыхъ числахъ стороны прямоугольнаго треугольника, котораго площадь и периметръ выражаются однимъ и тѣмъ-же числомъ.

Если назовемъ катеты искомаго треугольника черезъ  $x$  и  $y$ , то по условію имѣемъ:

$$\frac{xy}{2} = x + y + \sqrt{x^2 + y^2},$$

откуда

$$x = 4 + \frac{8}{y-4}.$$

Для того чтобы  $x$  было цѣлымъ необходимо, чтобы  $\frac{8}{y-4}$  было тоже числомъ цѣлымъ, т. е. необходимо дать  $y$  значенія 12, 8, 6 или 5; тогда соответственныя значенія  $x$  будутъ: 5, 6, 8 и 12. Отсюда видимъ, что задача имѣетъ только два рѣшенія:

одно  $x=5, y=12$  и гипотенуза=13

и другое  $x=6, y=8$  и гипотенуза=10.

Въ первомъ случаѣ площадь и периметръ выражаются числомъ 30, во второмъ—числомъ 24.

(Ученики: 6 кл. Тульск. г. Н. И., 7 кл. Немир. г. Г. Г—бъ, 8 кл. Екатеринос. г. В. К. и III Кіевск. г. В. Я.).

NB. Неполныя рѣшенія прислали: Г. Щуръ, ученики: 7 кл. Кіевск. к. к. Е. М. и IV Кіевск. г. А. П.

## Отвѣты редакціи.

Г. Инспектору Керченской Гимназіи. Доказательство теоремы о неравноудаленныхъ отъ основанія перпендикуляра наклонныхъ, данное ученикомъ IV кл. Керченской гимназіи Б. З., безспорно годится, какъ болѣе простое чѣмъ напр. въ учебникѣ Буссе. Но въ другихъ учебникахъ даются доказательства еще проще, напр., въ Геометріи Симашко.

Вyslаны вторично утерянные на почтѣ №№:

№ 5—Новороссійскому Обществу Естествоиспытателей;

№ 6—Е. Булаху (Спб.)

№ 12—Императорскому Русскому Техническому Обществу.

## Опечатки.

Въ № 14 „Вѣстника“ на стран. 42 (строка 22 сверху) въ задачѣ № 98 напечатано по ошибкѣ: „1) температура плавленія при нормальномъ давленіи  $h$  на поверхности шара есть  $t^\circ$ “. Въмѣсто этого должно читать: „1) температура плавленія при нормальномъ давленіи  $h$  на поверхности шара есть  $T^\circ$ “.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 14 Февраля 1887 года.

Тип. Е. Т. Кереръ, арендуемая Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.



# Списокъ книгъ, присланныхъ въ редакцію.

1. **Очеркъ Исторіи Физики** съ синхронистическими таблицами по математикѣ, химіи, описательнымъ наукамъ и всеобщей исторіи *Фердинанда Розенбергера*, переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціею И. М. Сѣченова. Спб. Изд. Карла Риккера. Часть I 1883 г. стр. 178 in 8°, цѣна 1 р 80 к. Часть II 1886 г. стр. 422, ц. 2 р. 80 к.

*Часть I:* 1) Исторія физики въ древніе вѣка: первый отдѣлъ—физика какъ философія природы (600 г. до Р. Х.—300 г. до Р. Х.); второй отдѣлъ—періодъ математической физики (300 г. до Р. Х.—150 г. н. Р. Х.); третій отдѣлъ—періодъ упадка древней физики (150 г.—700 г.) 2) Исторія физики въ средніе вѣка: первый отд.—періодъ арабской физики (700 г.—1150 г.); второй отд.—христіанскій періодъ средневѣковой физики (1150 г.—1500 г.). третій отдѣлъ—переходной періодъ средневѣковой физики (1500 г.—1600 г.).

*Часть II.* Исторія физики новаго времени: первый отд. (1600 г.—1650 г.), второй отд. (1650 г.—1690 г.), третій отд. (1690 г.—1750 г.), четвертый отд. (1750 г.—1780 г.), заключительный обзоръ.

ВВ. Къ каждой части кромѣ синхронистическихъ таблицъ приложены алфавитные указатели именъ и названій предметовъ.

2. **Методы рѣшеній геометрическихъ задачъ на построение** и сборникъ геометрическихъ задачъ съ полными и краткими рѣшеніями. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній (преимущественно для старшихъ классовъ). Составилъ *И. Александровъ*, преподаватель Тамбовской гимназіи. Изданіе 2-е. (Одобр. Уч. Ком. М. Н. Пр. какъ учебное пособіе для ср. уч. зав.) Тамбовъ. 1885 г. стр. 201 in 8°, цѣна 1 р, съ перес.—1 р. 20 к., складъ изданія—у автора (Тамбовъ, гимназія) и въ кн. маг: „Новаго Времени“ (Спб. и Москва) и Стасюлевича (Спб.).

*Содержаніе:* 1) Основныя задачи и задачи, рѣшаемыя непосредственно; различные геом. теоремы и вопросы (213 №№) 2) Аналит. рѣшеніе задачъ на постр., Общая характеристика метода, Примѣры, Методъ геометрическихъ мѣстъ, О центрѣ подобія многоугольниковъ и круговъ, Объ умноженіи и видѣ фигуръ, Методъ пособія и умноженія фигуръ, Методъ симметріи и спрямленія, Методъ параллельнаго перенесенія и перенесенія вообще, Методъ обратности, Методъ вращенія (483 №№). 3) Приложение алгебры къ геометріи (111 №№). 4) Смѣшанныя и случайныя задачи, Обратныя фигуры (149 №№).

3. **О происхожденіи химическихъ элементовъ** *Вилльама Крукса* Вице-президента Лондонскаго Химическаго Общества. Рѣчь, читанная при открытіи Химическаго Отдѣла на 56-мъ съѣздѣ Британской Ассоціаціи, въ Бэрмингемѣ (сентябрь 1886 г.). Переводъ съ англійскаго подъ редакціею Профессора *А. Г. Столтова*. Съ четырьмя рисунками въ текстѣ. Москва. Изд. кн. маг. Александра Лангъ. 1886 г. стр. 39 in 8°. Цѣна—не обозначена.

(Продолженіе слѣдуетъ).



ШЕСТОЙ ГОДЪ ИЗДАНІЯ.  
ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1887 ГОДЪ.

НА ЖУРНАЛЪ

# „ИНЖЕНЕРЪ“

выходящій въ г. Кіевѣ ежемѣсячно книжками въ 4—6 печатн. лист. in 4°

Редакціонный комитетъ: А. А. Абрагамсонъ, Д. Н. Волковъ. С. Д. Карейша,  
В. Р. Политковскій.

Редакторъ А. П. Бородинъ.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА

съ пересылкой и доставкой 12 рублей въ годъ.

Разсрочка платежа допускается въ два срока: при подпискѣ 6 рублей  
и не позже 1 Мая 6 рублей.

Подписка принимается: въ Кіевѣ, въ редакціи журнала „ИНЖЕНЕРЪ“,  
Кузнечная улица, въ книжныхъ магазинахъ Оглоблина и Розова,  
въ С.-Петербургѣ и Москвѣ въ книжныхъ магазинахъ М. О. Вольфа  
и В. Эриксона.

Тамъ же принимаются и объявленія.

Гг. подписчиковъ, желающихъ получить подписной билетъ, просятъ  
выслать 2 почтовыхъ марки на пересылку такового.

За перемѣну адреса прилагаются 5 иногороднихъ марокъ.

Печатается и въ непродолжительномъ времени поступятъ въ продажу

## ТЕОРІЯ ВЕКТОРОВЪ НА ПЛОСКОСТИ.

Приложеніе къ изслѣдованію коническихъ сѣченій.

Сочиненіе проф. В. П. Ермакова.

Цѣна 1 рубль.

Съ требованіемъ обращаться въ редакцію Вѣстника Оп. Физ. и Эл. Мат.

